

योगिक तर्कवाक्य* (Compound Statement)

३१. सरल (simple) तथा योगिक (compound) प्रकथन :

जितने प्रकथन हैं उन्हें दो वर्गों में बाँटा जा सकता है, सरल तथा योगिक। सरल प्रकथन वह है जिसमें एक को छोड़ कोई अन्य प्रकथन नहीं हो। दूसरे शब्दों में सरल तर्कवाक्य या प्रकथन वह है जिसके निर्मायक अंग के रूप में कोई अन्य प्रकथन नहीं हो। जैसे, 'गुलाब लाल है', 'यह कुर्मी चोकोर है', आदि। इनमें केवल एक-एक प्रकथन है। योगिक प्रकथन वह है, जिसमें एक से अधिक प्रकथन हों। दूसरे शब्दों में, योगिक प्रकथन वह है जिसके निर्मायक तत्त्व के रूप में एक से अधिक प्रकथन हों, जैसे, 'राम कलकत्ता जायगा और श्याम पटना', 'वह विज्ञान पढ़ेगा या पढ़ाई छोड़ देगा' आदि। यहाँ प्रत्येक उदाहरण में दो-दो प्रकथन हैं। 'राम कलकत्ता जायगा और श्याम पटना' में दो प्रकथन हैं—(i) 'राम कलकत्ता जायगा' और (ii) 'श्याम पटना जायगा', दूसरे प्रकथन में भी दो प्रकथन हैं—(i) 'वह विज्ञान पढ़ेगा' या (ii) 'वह पढ़ाई छोड़ देगा'। योगिक प्रकथनों में एक-से अधिक प्रकथन होते हैं पर योगिक प्रकथनों के निर्मायक अंग स्वयं भी योगिक हो सकते हैं, जैसे, 'वह पागल है पर राम और श्याम मूर्ख हैं।' इस योगिक प्रकथन के दो अंग हैं—(i) 'वह पागल है' तथा (ii) 'राम और श्याम मूर्ख हैं।' इनमें प्रकथन (ii) स्वयं एक योगिक प्रकथन है, इसलिए कि उसमें दो अंग हैं, (i) 'राम मूर्ख है' और (ii) 'श्याम मूर्ख है'।

स्पष्ट है कि योगिक प्रकथन वह है जिसका निर्माण कई प्रकथनों से होता है। पर यहाँ याद रखने की बात यह है कि प्रत्येक प्रकथन जो किसी बड़े प्रकथन का अंग है, सदा उसका निर्मायक अंग नहीं होता। एक उदाहरण लें, 'उस कोठरी की लम्बाई बहुत अच्छी है।'—इस बड़े प्रकथन से यदि आरम्भ के तीन शब्द हटा दिये जायें तो यह प्रकथन रह जाएगा—'लम्बाई बहुत अच्छी है।' यह स्वयं एक प्रकथन है। पर इसे उस बड़े प्रकथन का निर्मायक अंग नहीं कहा जा सकता। किसी प्रकथन के किसी अंग को उसका निर्मायक होने के लिए दो बातें आवश्यक हैं,

(i) कि वह अंग स्वयं एक प्रकथन हो, और

(ii) कि यदि उस अंग के स्थान पर कोई दूसरा प्रकथन रख दिया जाय तो इस परिवर्तन का परिणाम अर्थपूर्ण होना चाहिए।

यदि उपर्युक्त उदाहरण में इन दोनों शर्तों को लागू करें तो यह स्पष्ट होगा कि 'लम्बाई बहुत अच्छी है' तो अवश्य ही स्वयं एक प्रकथन है, पर उसके स्थान पर ऐसे प्रकथन भी रखे जा सकते हैं जिससे बड़ा प्रकथन निरर्थक हो जायगा। यदि

'लम्बाई बहुत अच्छी है' के स्थान पर 'हिमालय पर्वत बहुत ऊँचा है' रखा जाय तो बड़ा प्रकथन अर्थात् 'उस कोठरी की हिमालय पर्वत बहुत ऊँचा है'—निरर्थक ही जायगा। इसलिए वही अंग किसी प्रकथन का निर्मायक अंग होता है, जो कि स्वयं एक प्रकथन हो और उसके स्थान पर यदि कोई भी दूसरा प्रकथन रखा जाय तो भी बड़ा प्रकथन अर्थपूर्ण हो।

सरल प्रकथनों को विभिन्न विधियों से सम्बन्धित कर यौगिक प्रकथन की रचना की जाती है।

(i) 'राम और श्याम तेज हैं।' इसमें 'राम तेज है' और 'श्याम तेज है' का संयोजन है।

(ii) 'वह मूर्ख है या बदमाश है।' इसमें 'वह मूर्ख है' और 'वह बदमाश है' का वियोजन है।

(iii) 'यदि परमाणु बम बनेगा तो विश्व युद्ध होगा।' इसमें 'परमाणु बम बनेगा' तथा 'विश्वयुद्ध होगा' में आपादन सम्बन्ध है।

(iv) 'राम तेज नहीं है।' इसमें 'राम तेज है' का निषेध किया गया है।

ये चारों प्रकथन यौगिक प्रकथन हैं पर चारों में विभिन्न सरल प्रकथनों को भिन्न प्रकार से सम्बन्धित किया गया है।

§२. संयोजन (Conjunction)

संयोजन (Conjunction) : दो या दो से अधिक सरल प्रकथनों के बीच 'और' या 'तथा' शब्द लगाकर एक यौगिक प्रकथन की रचना की जाती है, जैसे—(i) 'कुर्सी बैठने की सामग्री है' और 'कलम लिखने की' (ii) 'राम तेज है तथा वह गरीब है'—दोनों यौगिक प्रकथन हैं। दो या दो से अधिक प्रकथनों को 'और' या 'तथा' आदि लगा कर सम्बन्धित करने पर जिस यौगिक प्रकथन की रचना होती है, उसे 'संयोजन' कहते हैं। जिन सरल प्रकथनों को इस तरह मिलाया जाता है उन्हें 'संयुक्त' (Conjuncts) कहा जाता है। पहले यौगिक प्रकथन में 'कुर्सी बैठने की सामग्री है' एक संयुक्त है और 'कलम लिखने की सामग्री है' दूसरा संयुक्त। दूसरे यौगिक प्रकथन में 'राम तेज है' एक संयुक्त है और 'राम गरीब है' दूसरा संयुक्त। पर 'और' शब्द के लगा देने से ही कोई प्रकथन यौगिक प्रकथन नहीं हो जाता। 'और' शब्द का प्रयोग दूसरी तरह भी होता है, जैसे—'राम और श्याम शत्रु है।' यह एक यौगिक प्रकथन नहीं है हालाँकि इसमें 'और' शब्द का प्रयोग है। यह एक सरल प्रकथन है जिसमें एक विशेष सम्बन्ध को व्यक्त किया गया है। दो प्रकथनों को संयोजित रूप में सम्बन्धित करने के लिए 'और' या 'तथा' के लिए विशिष्ट प्रतीक '∧' विन्दु का प्रयोग किया जाता है, जैसे 'कुर्सी बैठने की सामग्री है और कलम लिखने की' = 'कुर्सी बैठने की सामग्री है ∨ कलम लिखने की।' यदि p और q को सरल प्रकथन मानें तो

इनका संयोजन होगा 'p · q'। हिन्दी या अंगरेजी में 'और' के अतिरिक्त अन्य शब्द जैसे 'सिवाय', 'और भी', 'लेकिन', 'यद्यपि', 'तोभी', आदि का भी प्रयोग संयोजन में होता है, अतः उनका प्रतीक भी बिन्दु '·' ही होगा।

(i) सत्यता-मूल्य (Truth Value)

यदि कोई मेरे हाथ के रुमाल का मूल्य जानना चाहे तो मैं औरन यह जानना चाहूँगा कि 'मूल्य किस दृष्टि से?' जितने पैसों में यह रुमाल बाजार में मिलता है वह इसका एक मूल्य है। पर यदि यह किसी मृत भिन्न का दिया हुआ चिह्न हो तो उस दृष्टि से इसका मूल्य दूसरा हो जाता है। इसलिए मूल्य आंकने के लिए सदा कोई आधार होता है। अब यहाँ प्रश्न है कि प्रकथनों का, जो सत्य या असत्य हो सकते हैं, इन दृष्टि से क्या मूल्य है, अर्थात् वे सत्य हैं या असत्य हैं? यदि वे सत्य हैं, तब सत्यता की दृष्टि से उनका मूल्य 'सत्य' होगा और यदि वे असत्य हैं तब सत्यता की दृष्टि से उनका मूल्य 'असत्य' होगा। सत्यता को आधार मानकर किसी प्रकथन का मूल्य बताना उसका सत्यता-मूल्य बताना कहा जाता है।

प्रत्येक प्रकथन या तो सत्य होता है या असत्य। सत्य प्रकथन का सत्यता-मूल्य 'सत्य' होता है तथा असत्य प्रकथन का सत्यता-मूल्य 'असत्य' होता है। किसी योगिक प्रकथन को सत्यता-मूल्य के आधार पर दो भागों में बाँटा जा सकता है। कुछ योगिक प्रकथन ऐसे होते हैं जिनका सत्यता-मूल्य उनके निर्मायक प्रकथनों पर निर्भर नहीं होता। जैसे — 'मेरा विश्वास है कि लोहा सोने से भारी होता है।' इस योगिक प्रकथन का सत्यता-मूल्य इसके निर्मायक सरल प्रकथन 'लोहा सोने से भारी होता है' के सत्यता-मूल्य से स्वतन्त्र है। यह सरल प्रकथन सत्य हो या असत्य यदि मुझे ऐसा विश्वास है, तो यह सत्य है कि मुझे वह विश्वास है, क्योंकि लोगों को गलत और सही दोनों प्रकार का विश्वास रहता है। पर कुछ योगिक प्रकथन ऐसे होते हैं, जिनका सत्यता-मूल्य उनके निर्मायक सरल प्रकथनों के सत्यता-मूल्य पर निर्भर होता है। संयोजन के सत्यता-मूल्य और उसके संयुक्त के सत्यता-मूल्य में आवश्यक संबंध है। कोई संयोजन सही सत्य होता है जब उसके सभी संयुक्त सत्य होते हैं; जैसे, 'छड़ी सीधी है और टेबुल गोल'—यह संयोजन तभी सत्य होगा जब दोनों संयुक्त अर्थात् 'छड़ी सीधी है,' और 'टेबुल गोल है,' सत्य हों। यदि उनमें से एक भी असत्य हो या दोनों असत्य हों तब संयोजन असत्य होगा। अतः योगिक प्रकथन को, जिसका सत्यता-मूल्य उसके निर्मायक प्रकथनों के सत्यता-मूल्य से निर्धारित हो, सत्यता-फलनीय योगिक प्रकथन (Truth-functionally Compound Statement) कहा जाता है और उसके निर्मायक प्रकथनों को सत्यता-फलनीय निर्मायक (Truth-functional Component) कहा जाता है। संयोजन सत्यता-फलनीय योगिक (Truth-functionally Compound) प्रकथन है, क्योंकि इसका सत्यता-मूल्य संयुक्तों के सत्यता-मूल्य पर निर्भर है और सभी संयुक्त उसके सत्यता-फलनीय निर्मायक भाग हैं।

किसी यौगिक प्रकथन के उस निर्मायक तत्त्व को उसका सत्यता-फलनीय तत्त्व कहा जाता है, जिसके स्थान पर जब उस यौगिक प्रकथन में कोई भी समान सत्यता मूल्यवाला दूसरा प्रकथन रखा जाय तब जो नया यौगिक प्रकथन निर्मित होगा उसका सत्यता-मूल्य और पहले वाले यौगिक प्रकथन का सत्यता-मूल्य समान हो। उदाहरणार्थ 'राम मूर्ख है और श्याम तेज है', एक यौगिक प्रकथन है। इस यौगिक प्रकथन के दो निर्मायक अंग हैं—(i) 'राम मूर्ख है' और (ii) 'श्याम तेज है'। यह भी मान लिया जाय कि इन दोनों सरल प्रकथनों का सत्यता-मूल्य 'सत्य' है, अर्थात् वे सत्य हैं। अब यदि दोनों में से किसी एक के स्थान पर कोई दूसरा प्रकथन रखा जाय; जैसे, 'हरि एक अच्छा लड़का है' और इस प्रकथन का सत्यता-मूल्य भी 'सत्य' हो तो यौगिक प्रकथन 'राम मूर्ख है और हरि एक अच्छा लड़का है' हो जायगा और इसका सत्यता-मूल्य 'सत्य' होगा। अब पहले और दूसरे यौगिक प्रकथनों में सत्यता-मूल्य की दृष्टि से कोई अन्तर नहीं है। इसलिए किसी भी यौगिक-प्रकथन को सत्यता-फलनीय (Truth functional) यौगिक प्रकथन कहा जाता है, जिसका सत्यता-मूल्य इसके निर्मायक अंगों के सत्यता-मूल्यों पर निर्भर रहता है।

चूँकि संयोजन (conjunction) एक यौगिक प्रकथन है। और उसके संयुक्त (conjuncts) सत्यता-फलनीय संयुक्त हैं, अतः इसका प्रतीक बिन्दु ' \cdot ' भी सत्यता-फलनीय सम्बन्धक (Truth-functional connective) है। अब यदि दो दिये गये प्रकथन ' p ' और ' q ' हों तो उनके सिर्फ चार प्रकार के सत्यता-मूल्य सम्भव हैं और प्रत्येक स्थिति में संयोजन (conjunction) का सत्यता-मूल्य अपने रूप से निर्धारित होता है। p और q के सत्यता-मूल्य निम्नांकित चार प्रकार के हो सकते हैं :—

- (i) उस दशा में जब p सत्य है और q सत्य है, ' $p \cdot q$ ' सत्य होगा;
- (ii) उस दशा में जब p सत्य है और q असत्य है, ' $p \cdot q$ ' असत्य होगा;
- (iii) उस दशा में जब p असत्य है और q सत्य है, ' $p \cdot q$ ' असत्य होगा;
- (iv) उस दशा में जब p असत्य है और q असत्य है, ' $p \cdot q$ ' असत्य होगा।

यदि सत्यता-मूल्यों, 'सत्य' एवं 'असत्य', को क्रमशः 'T' (true) एवं 'F' (false) से संकेत करें, तो ' $p \cdot q$ ' संयोजन का सत्यता-मूल्य निम्नलिखित सत्यता-सारणी (Truth table) से स्पष्ट किया जा सकता है :

p	q	$p \cdot q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F